

Písemná práce – vzorová ukázka

Jméno:
Datum:

Kroužek:
Hodnocení:

Příklad 1. Úloha řešení soustavy lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.

- Formulujte danou úlohu.
- Vysvětlete obecný princip iteračních metod.
- Popište algoritmus metody SOR.
- Realizujte čtyři kroky metody SOR pro soustavu $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, kde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix},$$

$\mathbf{b} = [3; 9]^T$ pro $\omega_1 = 1,2$ a $\omega_2 = 1,6$. Počáteční aproximace řešení je $\mathbf{x}^{(0)} = [1, 5; 1, 5]^T$.

- Vysvětlete podrobně úlohu parametru ω a možnosti jeho volby.

Příklad 2. Numerické integrování.

- Formulujte úlohu numerického integrování.
- Vysvětlete princip Newtonových–Cotesových vzorců.
- Popište základní a složené lichoběžníkové pravidlo.
- Pomocí složeného lichoběžníkového pravidla vypočtete přibližnou hodnotu určitého integrálu

$$\int_1^2 x^2 dx.$$

Volte délku integračního kroku $h = 0,2$.

- Napište definici algebraického řádu kvadraturní formule a konvergentní kvadratury.

Příklad 3. Počáteční úloha pro obyčejnou diferenciální rovnici.

- Odvodte Eulerovu metodu a popište její algoritmus.
- Řešte touto metodou úlohu

$$\begin{aligned} y' &= x - y, \quad x \in (0, 2), \\ y(0) &= 1. \end{aligned}$$

Použijte ekvidistantní dělení intervalu $\langle 0, 2 \rangle$ s diskretizačním krokem $h = 0,5$.

- Formulujte podmínky řešitelnosti úlohy.
- Napište definici lokální, globální chyby metody a řádu metody.