Příklad 200 (1)
Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & -2 \\ -1 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 3 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:
Výpočet dominantního vlastního čísla symetrické matice provedeme metodou Rayleighova podílu. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme pomocí Rayleighova podílu

$$\lambda^{(n)} = \frac{\mathbf{y}^{(n)^T}\mathbf{y}^{(n+1)}}{\mathbf{y}^{(n)^T}\mathbf{y}^{(n)}}.$$

Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ $(\max(\mathbf{y}) > 100)$ použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} -7 & -4 & -11 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-38}{19} = -2$
2	$\begin{bmatrix} 33 & 36 & 37 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-782}{186} = -4.2043$
3	$\begin{bmatrix} -175 & -140 & -179 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-17438}{3754} = -4.6452$
po norm.	$\begin{bmatrix} -0.97765 & -0.78212 & -1 \end{bmatrix}^T$	
4	$\begin{bmatrix} 4.5196 & 3.9553 & 4.5419 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-12.054}{2.5675} = -4.6948$
5	$\begin{bmatrix} -21.4916 & -18.1229 & -21.514 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-266.5284}{56.6997} = -4.7007$
6	$\begin{bmatrix} 100.743 & 86.0112 & 100.7654 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-5891.7656}{1253.1802} = -4.7015$

Poslední hodnota $\lambda^{(n)}$ je dobré přiblížení k hodnotě dominantního vlastního čísla.

Příklad 200 (2)
Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -3 \\ -2 & -2 & -2 \\ -3 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:
Výpočet dominantního vlastního čísla symetrické matice provedeme metodou Rayleighova

podílu. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme pomocí Rayleighova podílu

$$\lambda^{(n)} = \frac{\mathbf{y}^{(n)T}\mathbf{y}^{(n+1)}}{\mathbf{y}^{(n)T}\mathbf{y}^{(n)}}.$$

Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ $(\max(\mathbf{y}) > 100)$ použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\left[\ 12 \quad 8 \quad 3\ \right]^T$	$\frac{-18}{14} = -1.2857$
2	$\left[\ -25 \quad -46 \quad -52\ \right]^T$	$\frac{-824}{217} = -3.7972$
3	$\left[\ 248 \quad 246 \quad 167\ \right]^T$	$\frac{-26200}{5445} = -4.8118$
po norm.	$\left[\ 1 \quad 0.99194 \quad 0.67339\ \right]^T$	
4	$\left[\ -4.004 \quad -5.3306 \quad -4.9839\ \right]^T$	$\frac{-12.6478}{2.4374} = -5.1891$
5	$\left[\ 25.6129 \quad 28.6371 \quad 22.6734\ \right]^T$	$\frac{-368.2103}{69.287} = -5.3143$
6	$\left[\ -125.2944 \quad -153.8468 \quad -134.1129\ \right]^T$	$\frac{-10655.6709}{1990.1866} = -5.3541$
po norm.	$\left[\ -0.81441 \quad -1 \quad -0.87173\ \right]^T$	
7	$\left[\ 4.6152 \quad 5.3723 \quad 4.4432\ \right]^T$	$\frac{-13.0042}{2.4232} = -5.3666$
8	$\left[\ -24.0743 \quad -28.8614 \quad -24.5901\ \right]^T$	$\frac{-375.4185}{69.9037} = -5.3705$
9	$\left[\ 131.4932 \quad 155.0516 \quad 129.9456\ \right]^T$	$\frac{-10835.9858}{2017.2249} = -5.3717$
po norm.	$\left[\ 0.84806 \quad 1 \quad 0.83808\ \right]^T$	
10	$\left[\ -4.5142 \quad -5.3723 \quad -4.5442\ \right]^T$	$\frac{-13.009}{2.4216} = -5.3721$

Poslední hodnota $\lambda^{(n)}$ je dobré přiblížení k hodnotě dominantního vlastního čísla.

Příklad 200 (3)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \left[\ 1 \quad -3\ \right]^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla nesymetrické matice provedeme mocninnou metodou. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme podělením prvku s maximální hodnotou z vektoru $\mathbf{y}^{(n+1)}$ prvkem z vektoru $\mathbf{y}^{(n)}$ se stejným indexem. Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ $(\max(\mathbf{y}) > 100)$ použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} 12 & -24 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-24}{-3} = 8$
2	$\begin{bmatrix} 108 & -192 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-192}{-24} = 8$

Poslední hodnota $\lambda^{(n)}$ je dobré přiblížení k hodnotě dominantního vlastního čísla.

Příklad 200 (4)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -1 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla symetrické matice provedeme metodou Rayleighova podílu. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme pomocí Rayleighova podílu

$$\lambda^{(n)} = \frac{\mathbf{y}^{(n)T}\mathbf{y}^{(n+1)}}{\mathbf{y}^{(n)T}\mathbf{y}^{(n)}}.$$

Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ $(\max(\mathbf{y}) > 100)$ použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} 0 & 8 & 0 \end{bmatrix}^T$	$\frac{0}{17} = 0$
2	$\begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$	$\frac{0}{64} = 0$

Poslední hodnota $\lambda^{(n)}$ je sice výsledkem numerické metody, není to však dobré přiblížení k hodnotě dominantního vlastního čísla, protože matice nemá dominantní vlastní číslo.

Příklad 200 (5)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 12 & 4 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla nesymetrické matice provedeme mocninnou metodou. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme podělením prvku s maximální hodnotou z vektoru $\mathbf{y}^{(n+1)}$ prvkem z vektoru $\mathbf{y}^{(n)}$ se stejným indexem. Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ ($\max(\mathbf{y}) > 100$) použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\left[\begin{array}{cc} 20 & -5 \end{array}\right]^T$	$\frac{20}{2} = 10$
2	$\left[\begin{array}{cc} 220 & -5 \end{array}\right]^T$	$\frac{220}{20} = 11$
po norm.	$\left[\begin{array}{cc} 1 & -0.022727 \end{array}\right]^T$	
3	$\left[\begin{array}{cc} 11.9091 & 1.7955 \end{array}\right]^T$	$\frac{11.9091}{1} = 11.9091$
4	$\left[\begin{array}{cc} 150.0909 & 39.9773 \end{array}\right]^T$	$\frac{150.0909}{11.9091} = 12.6031$
po norm.	$\left[\begin{array}{cc} 1 & 0.26635 \end{array}\right]^T$	
5	$\left[\begin{array}{cc} 13.0654 & 4.3972 \end{array}\right]^T$	$\frac{13.0654}{1} = 13.0654$
6	$\left[\begin{array}{cc} 174.3737 & 65.7055 \end{array}\right]^T$	$\frac{174.3737}{13.0654} = 13.3462$
po norm.	$\left[\begin{array}{cc} 1 & 0.37681 \end{array}\right]^T$	
7	$\left[\begin{array}{cc} 13.5072 & 5.3913 \end{array}\right]^T$	$\frac{13.5072}{1} = 13.5072$
8	$\left[\begin{array}{cc} 183.6519 & 75.5359 \end{array}\right]^T$	$\frac{183.6519}{13.5072} = 13.5966$
po norm.	$\left[\begin{array}{cc} 1 & 0.4113 \end{array}\right]^T$	
9	$\left[\begin{array}{cc} 13.6452 & 5.7017 \end{array}\right]^T$	$\frac{13.6452}{1} = 13.6452$
10	$\left[\begin{array}{cc} 186.5492 & 78.6057 \end{array}\right]^T$	$\frac{186.5492}{13.6452} = 13.6714$
po norm.	$\left[\begin{array}{cc} 1 & 0.42137 \end{array}\right]^T$	

Příklad 200 (6)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{cc} 6 & 4 \\ 4 & 2 \end{array}\right].$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \left[\begin{array}{cc} -4 & 0 \end{array}\right]^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla symetrické matice provedeme metodou Rayleighova podílu. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme pomocí Rayleighova podílu

$$\lambda^{(n)} = \frac{\mathbf{y}^{(n)T}\mathbf{y}^{(n+1)}}{\mathbf{y}^{(n)T}\mathbf{y}^{(n)}}.$$

Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ ($\max(\mathbf{y}) > 100$) použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} -24 & -16 \end{bmatrix}^T$	$\frac{96}{16} = 6$
2	$\begin{bmatrix} -208 & -128 \end{bmatrix}^T$	$\frac{7040}{832} = 8.4615$
po norm.	$\begin{bmatrix} -1 & -0.61538 \end{bmatrix}^T$	
3	$\begin{bmatrix} -8.4615 & -5.2308 \end{bmatrix}^T$	$\frac{11.6805}{1.3787} = 8.4721$
4	$\begin{bmatrix} -71.6923 & -44.3077 \end{bmatrix}^T$	$\frac{838.3905}{98.9586} = 8.4721$

Poslední hodnota $\lambda^{(n)}$ je dobré přiblížení k hodnotě dominantního vlastního čísla.

Příklad 200 (7)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 13 & 4 & 4 \\ 0 & 12 & 2 \\ 0 & 5 & 12 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla nesymetrické matice provedeme mocninnou metodou. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme podělením prvku s maximální hodnotou z vektoru $\mathbf{y}^{(n+1)}$ prvkem z vektoru $\mathbf{y}^{(n)}$ se stejným indexem. Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ ($\max(\mathbf{y}) > 100$) použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} 30 & 2 & 12 \end{bmatrix}^T$	$\frac{30}{2} = 15$
2	$\begin{bmatrix} 446 & 48 & 154 \end{bmatrix}^T$	$\frac{446}{30} = 14.8667$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & 0.10762 & 0.34529 \end{bmatrix}^T$	
3	$\begin{bmatrix} 14.8117 & 1.9821 & 4.6816 \end{bmatrix}^T$	$\frac{14.8117}{1} = 14.8117$
4	$\begin{bmatrix} 219.2063 & 33.148 & 66.0897 \end{bmatrix}^T$	$\frac{219.2063}{14.8117} = 14.7996$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & 0.15122 & 0.3015 \end{bmatrix}^T$	
5	$\begin{bmatrix} 14.8109 & 2.4176 & 4.374 \end{bmatrix}^T$	$\frac{14.8109}{1} = 14.8109$
6	$\begin{bmatrix} 219.7077 & 37.7594 & 64.5765 \end{bmatrix}^T$	$\frac{219.7077}{14.8109} = 14.8342$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & 0.17186 & 0.29392 \end{bmatrix}^T$	
7	$\begin{bmatrix} 14.8631 & 2.6502 & 4.3863 \end{bmatrix}^T$	$\frac{14.8631}{1} = 14.8631$
8	$\begin{bmatrix} 221.3668 & 40.5749 & 65.8871 \end{bmatrix}^T$	$\frac{221.3668}{14.8631} = 14.8937$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & 0.18329 & 0.29764 \end{bmatrix}^T$	
9	$\begin{bmatrix} 14.9237 & 2.7948 & 4.4881 \end{bmatrix}^T$	$\frac{14.9237}{1} = 14.9237$
10	$\begin{bmatrix} 223.14 & 42.5137 & 67.8313 \end{bmatrix}^T$	$\frac{223.14}{14.9237} = 14.952$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & 0.19052 & 0.30399 \end{bmatrix}^T$	

Příklad 200 (8)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} -2 & -3 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla symetrické matice provedeme metodou Rayleighova podílu. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme pomocí Rayleighova podílu

$$\lambda^{(n)} = \frac{\mathbf{y}^{(n)^T}\mathbf{y}^{(n+1)}}{\mathbf{y}^{(n)^T}\mathbf{y}^{(n)}}.$$

Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ $(\max(\mathbf{y}) > 100)$ použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} 0 & -12 \end{bmatrix}^T$	$\frac{36}{13} = 2.7692$
2	$\begin{bmatrix} 0 & -48 \end{bmatrix}^T$	$\frac{576}{144} = 4$
3	$\begin{bmatrix} 0 & -192 \end{bmatrix}^T$	$\frac{9216}{2304} = 4$

Poslední hodnota $\lambda^{(n)}$ je dobré přiblížení k hodnotě dominantního vlastního čísla.

Příklad 200 (9)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 1 \\ 2 & 0 & 6 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 1 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla nesymetrické matice provedeme mocninnou metodou. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme podělením prvku s maximální hodnotou z vektoru $\mathbf{y}^{(n+1)}$ prvkem z vektoru $\mathbf{y}^{(n)}$ se stejným indexem. Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ $(\max(\mathbf{y}) > 100)$ použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} -7 & 33 & 4 \end{bmatrix}^T$	$\frac{33}{4} = 8.25$
2	$\begin{bmatrix} -49 & 268 & 10 \end{bmatrix}^T$	$\frac{268}{33} = 8.1212$
po norm.	$\begin{bmatrix} -0.18284 & 1 & 0.037313 \end{bmatrix}^T$	
3	$\begin{bmatrix} -1.2799 & 8.0373 & -0.14179 \end{bmatrix}^T$	$\frac{8.0373}{1} = 8.0373$
4	$\begin{bmatrix} -8.959 & 64.1567 & -3.4104 \end{bmatrix}^T$	$\frac{64.1567}{8.0373} = 7.9824$
5	$\begin{bmatrix} -62.7127 & 509.8433 & -38.3806 \end{bmatrix}^T$	$\frac{509.8433}{64.1567} = 7.9468$
po norm.	$\begin{bmatrix} -0.123 & 1 & -0.075279 \end{bmatrix}^T$	
6	$\begin{bmatrix} -0.86103 & 7.9247 & -0.69768 \end{bmatrix}^T$	$\frac{7.9247}{1} = 7.9247$
7	$\begin{bmatrix} -6.0272 & 62.7001 & -5.9082 \end{bmatrix}^T$	$\frac{62.7001}{7.9247} = 7.912$
8	$\begin{bmatrix} -42.1903 & 495.6925 & -47.5033 \end{bmatrix}^T$	$\frac{495.6925}{62.7001} = 7.9058$
po norm.	$\begin{bmatrix} -0.085114 & 1 & -0.095832 \end{bmatrix}^T$	
9	$\begin{bmatrix} -0.5958 & 7.9042 & -0.74522 \end{bmatrix}^T$	$\frac{7.9042}{1} = 7.9042$
10	$\begin{bmatrix} -4.1706 & 62.4881 & -5.6629 \end{bmatrix}^T$	$\frac{62.4881}{7.9042} = 7.9057$

Příklad 200 (10)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} 3 & -1 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla symetrické matice provedeme metodou Rayleighova podílu. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme pomocí Rayleighova podílu

$$\lambda^{(n)} = \frac{\mathbf{y}^{(n)T}\mathbf{y}^{(n+1)}}{\mathbf{y}^{(n)T}\mathbf{y}^{(n)}}.$$

Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ ($\max(\mathbf{y}) > 100$) použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} 15 & 9 \end{bmatrix}^T$	$\frac{36}{10} = 3.6$
2	$\begin{bmatrix} 117 & 45 \end{bmatrix}^T$	$\frac{2160}{306} = 7.0588$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & 0.38462 \end{bmatrix}^T$	
3	$\begin{bmatrix} 7.1538 & 3 \end{bmatrix}^T$	$\frac{8.3077}{1.1479} = 7.2371$
4	$\begin{bmatrix} 51.9231 & 21.4615 \end{bmatrix}^T$	$\frac{435.8343}{60.1775} = 7.2425$
5	$\begin{bmatrix} 375.9231 & 155.7692 \end{bmatrix}^T$	$\frac{22862.1302}{3156.6036} = 7.2426$

Poslední hodnota $\lambda^{(n)}$ je dobré přiblížení k hodnotě dominantního vlastního čísla.

Příklad 200 (11)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 9 & 3 & 0 \\ 0 & 8 & 2 \\ 4 & 0 & 10 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla nesymetrické matice provedeme mocninnou metodou. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme podělením prvku s maximální hodnotou z vektoru $\mathbf{y}^{(n+1)}$ prvkem z vektoru $\mathbf{y}^{(n)}$ se stejným indexem. Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ ($\max(\mathbf{y}) > 100$) použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} 24 & 24 & 48 \end{bmatrix}^T$	$\frac{48}{4} = 12$
2	$\begin{bmatrix} 288 & 288 & 576 \end{bmatrix}^T$	$\frac{576}{48} = 12$

Poslední hodnota $\lambda^{(n)}$ je dobré přiblížení k hodnotě dominantního vlastního čísla.

Příklad 200 (12)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla nesymetrické matice provedeme mocninnou metodou. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme podělením prvku s maximální hodnotou z vektoru $\mathbf{y}^{(n+1)}$ prvkem z vektoru $\mathbf{y}^{(n)}$ se stejným indexem. Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ ($\max(\mathbf{y}) > 100$) použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} -7 & 5 & 3 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-7}{-2} = 3.5$
2	$\begin{bmatrix} -31 & 17 & 9 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-31}{-7} = 4.4286$
3	$\begin{bmatrix} -133 & 59 & 45 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-133}{-31} = 4.2903$
po norm.	$\begin{bmatrix} -1 & 0.44361 & 0.33835 \end{bmatrix}^T$	
4	$\begin{bmatrix} -4.3383 & 1.4361 & 1.5564 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-4.3383}{-1} = 4.3383$
5	$\begin{bmatrix} -18.9098 & 4.188 & 7.2406 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-18.9098}{-4.3383} = 4.3588$
6	$\begin{bmatrix} -82.8797 & 9.5113 & 33.6316 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-82.8797}{-18.9098} = 4.3829$
7	$\begin{bmatrix} -365.1504 & 4.4135 & 156.2481 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-365.1504}{-82.8797} = 4.4058$
po norm.	$\begin{bmatrix} -1 & 0.012087 & 0.4279 \end{bmatrix}^T$	
8	$\begin{bmatrix} -4.4279 & -0.37955 & 1.9879 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-4.4279}{-1} = 4.4279$
9	$\begin{bmatrix} -19.6995 & -3.5061 & 9.2354 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-19.6995}{-4.4279} = 4.449$
10	$\begin{bmatrix} -88.0334 & -23.2599 & 42.9052 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-88.0334}{-19.6995} = 4.4688$

Příklad 200 (13)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & -4 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} -3 & 2 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla symetrické matice provedeme metodou Rayleighova podílu. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme pomocí Rayleighova podílu

$$\lambda^{(n)} = \frac{\mathbf{y}^{(n)T}\mathbf{y}^{(n+1)}}{\mathbf{y}^{(n)T}\mathbf{y}^{(n)}}.$$

Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ $(\max(\mathbf{y}) > 100)$ použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} -2 & 12 \end{bmatrix}^T$	$\frac{30}{13} = 2.3077$
2	$\begin{bmatrix} -44 & 8 \end{bmatrix}^T$	$\frac{184}{148} = 1.2432$
3	$\begin{bmatrix} 56 & 176 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-1056}{2000} = -0.528$
po norm.	$\begin{bmatrix} 0.31818 & 1 \end{bmatrix}^T$	
4	$\begin{bmatrix} -4.6364 & -1.2727 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-2.7479}{1.1012} = -2.4953$
5	$\begin{bmatrix} 14.3636 & 18.5455 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-90.1983}{23.1157} = -3.902$
6	$\begin{bmatrix} -102.9091 & -57.4545 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-2543.6694}{550.2479} = -4.6228$
po norm.	$\begin{bmatrix} -1 & -0.5583 \end{bmatrix}^T$	
7	$\begin{bmatrix} 4.2332 & 4 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-6.4664}{1.3117} = -4.9298$
8	$\begin{bmatrix} -24.4664 & -16.9329 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-171.3031}{33.9201} = -5.0502$
9	$\begin{bmatrix} 116.6643 & 97.8657 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-4511.5061}{885.3281} = -5.0959$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & 0.83887 \end{bmatrix}^T$	
10	$\begin{bmatrix} -5.3555 & -4 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-8.7109}{1.7037} = -5.113$

Příklad 200 (14)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 16 & 4 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla nesymetrické matice provedeme mocninnou metodou. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme podělením prvku s maximální hodnotou z vektoru $\mathbf{y}^{(n+1)}$ prvkem z vektoru $\mathbf{y}^{(n)}$ se stejným indexem. Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ ($\max(\mathbf{y}) > 100$) použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} -28 & 10 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-28}{-2} = 14$
2	$\begin{bmatrix} -408 & 100 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-408}{-28} = 14.5714$
po norm.	$\begin{bmatrix} -1 & 0.2451 \end{bmatrix}^T$	
3	$\begin{bmatrix} -15.0196 & 2.451 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-15.0196}{-1} = 15.0196$
4	$\begin{bmatrix} -230.5098 & 24.5098 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-230.5098}{-15.0196} = 15.3473$
po norm.	$\begin{bmatrix} -1 & 0.10633 \end{bmatrix}^T$	
5	$\begin{bmatrix} -15.5747 & 1.0633 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-15.5747}{-1} = 15.5747$
6	$\begin{bmatrix} -244.9418 & 10.6329 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-244.9418}{-15.5747} = 15.7269$
po norm.	$\begin{bmatrix} -1 & 0.04341 \end{bmatrix}^T$	
7	$\begin{bmatrix} -15.8264 & 0.4341 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-15.8264}{-1} = 15.8264$
8	$\begin{bmatrix} -251.4854 & 4.341 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-251.4854}{-15.8264} = 15.8903$
po norm.	$\begin{bmatrix} -1 & 0.017261 \end{bmatrix}^T$	
9	$\begin{bmatrix} -15.931 & 0.17261 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-15.931}{-1} = 15.931$
10	$\begin{bmatrix} -254.2048 & 1.7261 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-254.2048}{-15.931} = 15.9567$
po norm.	$\begin{bmatrix} -1 & 0.0067903 \end{bmatrix}^T$	

Příklad 200 (15)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -1 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla symetrické matice provedeme metodou Rayleighova podílu. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme pomocí Rayleighova podílu

$$\lambda^{(n)} = \frac{\mathbf{y}^{(n)T}\mathbf{y}^{(n+1)}}{\mathbf{y}^{(n)T}\mathbf{y}^{(n)}}.$$

Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ $(\max(\mathbf{y}) > 100)$ použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-2}{10} = -0.2$
2	$\begin{bmatrix} -4 & 0 & -5 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-14}{5} = -2.8$
3	$\begin{bmatrix} 13 & 0 & 14 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-122}{41} = -2.9756$
4	$\begin{bmatrix} -40 & 0 & -41 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-1094}{365} = -2.9973$
5	$\begin{bmatrix} 121 & 0 & 122 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-9842}{3281} = -2.9997$
po norm.	$\begin{bmatrix} 0.9918 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$	
6	$\begin{bmatrix} -2.9836 & 0 & -2.9918 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-5.951}{1.9837} = -3$

Poslední hodnota $\lambda^{(n)}$ je dobré přiblížení k hodnotě dominantního vlastního čísla.

Příklad 200 (16)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \\ -2 & -5 & -8 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 2 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla nesymetrické matice provedeme mocninnou metodou. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme podělením prvku s maximální hodnotou z vektoru $\mathbf{y}^{(n+1)}$ prvkem z vektoru $\mathbf{y}^{(n)}$ se stejným indexem. Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ ($\max(\mathbf{y}) > 100$) použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} -4 & -8 & -2 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-8}{-2} = 4$
2	$\begin{bmatrix} 4 & -12 & 64 \end{bmatrix}^T$	$\frac{64}{-2} = -32$
3	$\begin{bmatrix} -128 & -152 & -460 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-460}{64} = -7.1875$
po norm.	$\begin{bmatrix} -0.27826 & -0.33043 & -1 \end{bmatrix}^T$	
4	$\begin{bmatrix} 2 & 1.3391 & 10.2087 \end{bmatrix}^T$	$\frac{10.2087}{-1} = -10.2087$
5	$\begin{bmatrix} -20.4174 & -17.7391 & -92.3652 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-92.3652}{10.2087} = -9.0477$
6	$\begin{bmatrix} 184.7304 & 149.2522 & 868.4522 \end{bmatrix}^T$	$\frac{868.4522}{-92.3652} = -9.4024$
po norm.	$\begin{bmatrix} 0.21271 & 0.17186 & 1 \end{bmatrix}^T$	
7	$\begin{bmatrix} -2 & -1.6563 & -9.2847 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-9.2847}{1} = -9.2847$
8	$\begin{bmatrix} 18.5694 & 15.2569 & 86.5592 \end{bmatrix}^T$	$\frac{86.5592}{-9.2847} = -9.3228$
9	$\begin{bmatrix} -173.1184 & -142.6046 & -805.8969 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-805.8969}{86.5592} = -9.3104$
po norm.	$\begin{bmatrix} -0.21481 & -0.17695 & -1 \end{bmatrix}^T$	
10	$\begin{bmatrix} 2 & 1.6461 & 9.3144 \end{bmatrix}^T$	$\frac{9.3144}{-1} = -9.3144$

Příklad 200 (17)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -4 & -5 \\ -5 & 0 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla symetrické matice provedeme metodou Rayleighova podílu. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme pomocí Rayleighova podílu

$$\lambda^{(n)} = \frac{\mathbf{y}^{(n)^T}\mathbf{y}^{(n+1)}}{\mathbf{y}^{(n)^T}\mathbf{y}^{(n)}}.$$

Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ $(\max(\mathbf{y}) > 100)$ použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} 3 & 10 \end{bmatrix}^T$	$\frac{4}{5} = 0.8$
2	$\begin{bmatrix} -62 & -15 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-336}{109} = -3.0826$
3	$\begin{bmatrix} 323 & 310 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-24676}{4069} = -6.0644$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & 0.95975 \end{bmatrix}^T$	
4	$\begin{bmatrix} -8.7988 & -5 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-13.5975}{1.9211} = -7.0779$
5	$\begin{bmatrix} 60.195 & 43.9938 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-749.6109}{102.4182} = -7.3191$
6	$\begin{bmatrix} -460.7492 & -300.9752 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-40975.8676}{5558.8988} = -7.3712$
po norm.	$\begin{bmatrix} -1 & -0.65323 \end{bmatrix}^T$	
7	$\begin{bmatrix} 7.2662 & 5 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-10.5323}{1.4267} = -7.3822$
8	$\begin{bmatrix} -54.0646 & -36.3308 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-574.4953}{77.7969} = -7.3845$
9	$\begin{bmatrix} 397.9122 & 270.323 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-31333.9995}{4242.9045} = -7.385$

Poslední hodnota $\lambda^{(n)}$ je dobré přiblížení k hodnotě dominantního vlastního čísla.

Příklad 200 (18)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 8 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} -1 & -2 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla symetrické matice provedeme metodou Rayleighova

podílu. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme pomocí Rayleighova podílu

$$\lambda^{(n)} = \frac{\mathbf{y}^{(n)^T}\mathbf{y}^{(n+1)}}{\mathbf{y}^{(n)^T}\mathbf{y}^{(n)}}.$$

Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ $(\max(\mathbf{y}) > 100)$ použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} -4 & -17 \end{bmatrix}^T$	$\frac{38}{5} = 7.6$
2	$\begin{bmatrix} -25 & -140 \end{bmatrix}^T$	$\frac{2480}{305} = 8.1311$
po norm.	$\begin{bmatrix} -0.17857 & -1 \end{bmatrix}^T$	
3	$\begin{bmatrix} -1.3571 & -8.1786 \end{bmatrix}^T$	$\frac{8.4209}{1.0319} = 8.1607$
4	$\begin{bmatrix} -10.8929 & -66.7857 \end{bmatrix}^T$	$\frac{560.9949}{68.7309} = 8.1622$
5	$\begin{bmatrix} -88.5714 & -545.1786 \end{bmatrix}^T$	$\frac{37374.9362}{4578.986} = 8.1623$

Poslední hodnota $\lambda^{(n)}$ je dobré přiblížení k hodnotě dominantního vlastního čísla.

Příklad 200 (19)
Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 1 \\ 0 & 7 & 0 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -1 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:
Výpočet dominantního vlastního čísla nesymetrické matice provedeme mocninnou metodou. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme podělením prvku s maximální hodnotou z vektoru $\mathbf{y}^{(n+1)}$ prvkem z vektoru $\mathbf{y}^{(n)}$ se stejným indexem. Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ $(\max(\mathbf{y}) > 100)$ použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} 27 & -21 & -1 \end{bmatrix}^T$	$\frac{27}{4} = 6.75$
2	$\begin{bmatrix} 188 & -147 & 27 \end{bmatrix}^T$	$\frac{188}{27} = 6.963$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & -0.78191 & 0.14362 \end{bmatrix}^T$	
3	$\begin{bmatrix} 7.1436 & -5.4734 & 2.0798 \end{bmatrix}^T$	$\frac{7.1436}{1} = 7.1436$
4	$\begin{bmatrix} 52.0851 & -38.3138 & 21.2926 \end{bmatrix}^T$	$\frac{52.0851}{7.1436} = 7.2911$
5	$\begin{bmatrix} 385.8883 & -268.1968 & 193.6117 \end{bmatrix}^T$	$\frac{385.8883}{52.0851} = 7.4088$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & -0.69501 & 0.50173 \end{bmatrix}^T$	
6	$\begin{bmatrix} 7.5017 & -4.8651 & 4.3154 \end{bmatrix}^T$	$\frac{7.5017}{1} = 7.5017$
7	$\begin{bmatrix} 56.8275 & -34.0556 & 36.0306 \end{bmatrix}^T$	$\frac{56.8275}{7.5017} = 7.5752$
8	$\begin{bmatrix} 433.8229 & -238.3889 & 295.7829 \end{bmatrix}^T$	$\frac{433.8229}{56.8275} = 7.634$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & -0.54951 & 0.68181 \end{bmatrix}^T$	
9	$\begin{bmatrix} 7.6818 & -3.8466 & 5.5413 \end{bmatrix}^T$	$\frac{7.6818}{1} = 7.6818$
10	$\begin{bmatrix} 59.314 & -26.9259 & 44.765 \end{bmatrix}^T$	$\frac{59.314}{7.6818} = 7.7214$

Příklad 200 (20)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} 1 & -2 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla symetrické matice provedeme metodou Rayleighova podílu. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme pomocí Rayleighova podílu

$$\lambda^{(n)} = \frac{\mathbf{y}^{(n)T}\mathbf{y}^{(n+1)}}{\mathbf{y}^{(n)T}\mathbf{y}^{(n)}}.$$

Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ ($\max(\mathbf{y}) > 100$) použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}^T$	$\frac{0}{5} = 0$
2	$\begin{bmatrix} 9 & 2 \end{bmatrix}^T$	$\frac{20}{5} = 4$
3	$\begin{bmatrix} 38 & 9 \end{bmatrix}^T$	$\frac{360}{85} = 4.2353$
4	$\begin{bmatrix} 161 & 38 \end{bmatrix}^T$	$\frac{6460}{1525} = 4.2361$

Poslední hodnota $\lambda^{(n)}$ je dobré přiblížení k hodnotě dominantního vlastního čísla.

Příklad 200 (21)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 12 & 4 & 0 \\ 1 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 2 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla nesymetrické matice provedeme mocninnou metodou. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme podělením prvku s maximální hodnotou z vektoru $\mathbf{y}^{(n+1)}$ prvkem z vektoru $\mathbf{y}^{(n)}$ se stejným indexem. Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ ($\max(\mathbf{y}) > 100$) použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} 40 & -14 & 18 \end{bmatrix}^T$	$\frac{40}{4} = 10$
2	$\begin{bmatrix} 424 & -86 & 162 \end{bmatrix}^T$	$\frac{424}{40} = 10.6$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & -0.20283 & 0.38208 \end{bmatrix}^T$	
3	$\begin{bmatrix} 11.1887 & -0.82547 & 3.4387 \end{bmatrix}^T$	$\frac{11.1887}{1} = 11.1887$
4	$\begin{bmatrix} 130.9623 & 3.7594 & 30.9481 \end{bmatrix}^T$	$\frac{130.9623}{11.1887} = 11.7049$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & 0.028706 & 0.23631 \end{bmatrix}^T$	
5	$\begin{bmatrix} 12.1148 & 1.2584 & 2.1268 \end{bmatrix}^T$	$\frac{12.1148}{1} = 12.1148$
6	$\begin{bmatrix} 150.4113 & 23.44 & 19.1414 \end{bmatrix}^T$	$\frac{150.4113}{12.1148} = 12.4155$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & 0.15584 & 0.12726 \end{bmatrix}^T$	
7	$\begin{bmatrix} 12.6234 & 2.4026 & 1.1453 \end{bmatrix}^T$	$\frac{12.6234}{1} = 12.6234$
8	$\begin{bmatrix} 161.0905 & 34.2464 & 10.3081 \end{bmatrix}^T$	$\frac{161.0905}{12.6234} = 12.7613$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & 0.21259 & 0.063989 \end{bmatrix}^T$	
9	$\begin{bmatrix} 12.8504 & 2.9133 & 0.5759 \end{bmatrix}^T$	$\frac{12.8504}{1} = 12.8504$
10	$\begin{bmatrix} 165.8576 & 39.0702 & 5.1831 \end{bmatrix}^T$	$\frac{165.8576}{12.8504} = 12.9068$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & 0.23556 & 0.031251 \end{bmatrix}^T$	

Příklad 200 (22)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -6 & -9 \\ -5 & -9 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla nesymetrické matice provedeme mocninnou metodou. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme podělením prvku s maximální hodnotou z vektoru $\mathbf{y}^{(n+1)}$ prvkem z vektoru $\mathbf{y}^{(n)}$ se stejným indexem. Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ $(\max(\mathbf{y}) > 100)$ použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} -18 & -18 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-18}{0} = Inf$
2	$\begin{bmatrix} 270 & 252 \end{bmatrix}^T$	$\frac{270}{-18} = -15$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & 0.93333 \end{bmatrix}^T$	
3	$\begin{bmatrix} -14.4 & -13.4 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-14.4}{1} = -14.4$
4	$\begin{bmatrix} 207 & 192.6 \end{bmatrix}^T$	$\frac{207}{-14.4} = -14.375$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & 0.93043 \end{bmatrix}^T$	
5	$\begin{bmatrix} -14.3739 & -13.3739 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-14.3739}{1} = -14.3739$
6	$\begin{bmatrix} 206.6087 & 192.2348 \end{bmatrix}^T$	$\frac{206.6087}{-14.3739} = -14.3739$

Poslední hodnota $\lambda^{(n)}$ je dobré přiblížení k hodnotě dominantního vlastního čísla.

Příklad 200 (23)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla symetrické matice provedeme metodou Rayleighova podílu. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme pomocí Rayleighova podílu

$$\lambda^{(n)} = \frac{\mathbf{y}^{(n)T}\mathbf{y}^{(n+1)}}{\mathbf{y}^{(n)T}\mathbf{y}^{(n)}}.$$

Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ $(\max(\mathbf{y}) > 100)$ použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} 6 & -2 & 5 \end{bmatrix}^T$	$\frac{20}{10} = 2$
2	$\begin{bmatrix} 22 & 1 & 10 \end{bmatrix}^T$	$\frac{180}{65} = 2.7692$
3	$\begin{bmatrix} 64 & 12 & 45 \end{bmatrix}^T$	$\frac{1870}{585} = 3.1966$
4	$\begin{bmatrix} 218 & 69 & 140 \end{bmatrix}^T$	$\frac{21080}{6265} = 3.3647$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & 0.31651 & 0.6422 \end{bmatrix}^T$	
5	$\begin{bmatrix} 3.2844 & 1.2752 & 2.3165 \end{bmatrix}^T$	$\frac{5.1757}{1.5126} = 3.4217$
6	$\begin{bmatrix} 11.2018 & 4.867 & 7.844 \end{bmatrix}^T$	$\frac{61.1687}{17.7798} = 3.4404$
7	$\begin{bmatrix} 38.0917 & 17.578 & 27.2706 \end{bmatrix}^T$	$\frac{726.1609}{210.6974} = 3.4465$
8	$\begin{bmatrix} 130.7248 & 62.4266 & 93.7615 \end{bmatrix}^T$	$\frac{8633.8036}{2503.6543} = 3.4485$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & 0.47754 & 0.71724 \end{bmatrix}^T$	
9	$\begin{bmatrix} 3.4345 & 1.6723 & 2.4775 \end{bmatrix}^T$	$\frac{6.0101}{1.7425} = 3.4492$

Poslední hodnota $\lambda^{(n)}$ je dobré přiblížení k hodnotě dominantního vlastního čísla.

Příklad 200 (24)
Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -3 \\ -2 & -4 & 0 \\ -3 & 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:
Výpočet dominantního vlastního čísla symetrické matice provedeme metodou Rayleighova podílu. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme pomocí Rayleighova podílu

$$\lambda^{(n)} = \frac{\mathbf{y}^{(n)^T}\mathbf{y}^{(n+1)}}{\mathbf{y}^{(n)^T}\mathbf{y}^{(n)}}.$$

Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ $(\max(\mathbf{y}) > 100)$ použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} 12 & -2 & 5 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-8}{17} = -0.47059$
2	$\begin{bmatrix} -11 & -16 & -46 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-330}{173} = -1.9075$
3	$\begin{bmatrix} 170 & 86 & 125 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-8996}{2493} = -3.6085$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & 0.50588 & 0.73529 \end{bmatrix}^T$	
4	$\begin{bmatrix} -3.2176 & -4.0235 & -4.4706 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-8.5403}{1.7966} = -4.7536$
5	$\begin{bmatrix} 21.4588 & 22.5294 & 18.5941 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-242.8213}{46.5282} = -5.2188$
6	$\begin{bmatrix} -100.8412 & -133.0353 & -101.5647 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-7049.646}{1313.7967} = -5.3659$
po norm.	$\begin{bmatrix} -0.758 & -1 & -0.76344 \end{bmatrix}^T$	
7	$\begin{bmatrix} 4.2903 & 5.516 & 3.8009 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-11.6698}{2.1574} = -5.4092$
8	$\begin{bmatrix} -22.4347 & -30.6447 & -20.4728 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-343.1031}{63.28} = -5.422$
9	$\begin{bmatrix} 122.7076 & 167.4481 & 108.2496 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-10100.4691}{1861.5456} = -5.4259$
po norm.	$\begin{bmatrix} 0.73281 & 1 & 0.64647 \end{bmatrix}^T$	
10	$\begin{bmatrix} -3.9394 & -5.4656 & -3.4914 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-10.6095}{1.9549} = -5.4271$

Příklad 200 (25)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 17 & 8 \\ 3 & 15 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} -2 & -2 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla nesymetrické matice provedeme mocninnou metodou. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme podělením prvku s maximální hodnotou z vektoru $\mathbf{y}^{(n+1)}$ prvkem z vektoru $\mathbf{y}^{(n)}$ se stejným indexem. Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ ($\max(\mathbf{y}) > 100$) použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} -50 & -36 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-50}{-2} = 25$
2	$\begin{bmatrix} -1138 & -690 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-1138}{-50} = 22.76$
po norm.	$\begin{bmatrix} -1 & -0.60633 \end{bmatrix}^T$	
3	$\begin{bmatrix} -21.8506 & -12.0949 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-21.8506}{-1} = 21.8506$
4	$\begin{bmatrix} -468.2197 & -246.9754 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-468.2197}{-21.8506} = 21.4282$
po norm.	$\begin{bmatrix} -1 & -0.52748 \end{bmatrix}^T$	
5	$\begin{bmatrix} -21.2198 & -10.9122 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-21.2198}{-1} = 21.2198$
6	$\begin{bmatrix} -448.0343 & -227.3419 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-448.0343}{-21.2198} = 21.114$
po norm.	$\begin{bmatrix} -1 & -0.50742 \end{bmatrix}^T$	
7	$\begin{bmatrix} -21.0594 & -10.6113 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-21.0594}{-1} = 21.0594$
8	$\begin{bmatrix} -442.8997 & -222.3478 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-442.8997}{-21.0594} = 21.031$
po norm.	$\begin{bmatrix} -1 & -0.50203 \end{bmatrix}^T$	
9	$\begin{bmatrix} -21.0162 & -10.5304 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-21.0162}{-1} = 21.0162$
10	$\begin{bmatrix} -441.519 & -221.0048 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-441.519}{-21.0162} = 21.0085$
po norm.	$\begin{bmatrix} -1 & -0.50056 \end{bmatrix}^T$	

Příklad 200 (26)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} -4 & 1 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla symetrické matice provedeme metodou Rayleighova podílu. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme pomocí Rayleighova podílu

$$\lambda^{(n)} = \frac{\mathbf{y}^{(n)^T}\mathbf{y}^{(n+1)}}{\mathbf{y}^{(n)^T}\mathbf{y}^{(n)}}.$$

Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ $(\max(\mathbf{y}) > 100)$ použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} -14 & -6 \end{bmatrix}^T$	$\frac{50}{17} = 2.9412$
2	$\begin{bmatrix} -68 & -40 \end{bmatrix}^T$	$\frac{1192}{232} = 5.1379$
3	$\begin{bmatrix} -352 & -216 \end{bmatrix}^T$	$\frac{32576}{6224} = 5.2339$
po norm.	$\begin{bmatrix} -1 & -0.61364 \end{bmatrix}^T$	
4	$\begin{bmatrix} -5.2273 & -3.2273 \end{bmatrix}^T$	$\frac{7.2076}{1.3765} = 5.236$
5	$\begin{bmatrix} -27.3636 & -16.9091 \end{bmatrix}^T$	$\frac{197.6074}{37.7397} = 5.2361$

Poslední hodnota $\lambda^{(n)}$ je dobré přiblížení k hodnotě dominantního vlastního čísla.

Příklad 200 (27)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -4 & -4 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & -3 & -2 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla nesymetrické matice provedeme mocninnou metodou. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme podělením prvku s maximální hodnotou z vektoru $\mathbf{y}^{(n+1)}$ prvkem z vektoru $\mathbf{y}^{(n)}$ se stejným indexem. Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ ($\max(\mathbf{y}) > 100$) použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} 8 & 4 & 6 \end{bmatrix}^T$	$\frac{8}{-3} = -2.6667$
2	$\begin{bmatrix} -40 & -20 & -24 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-40}{8} = -5$
3	$\begin{bmatrix} 176 & 88 & 108 \end{bmatrix}^T$	$\frac{176}{-40} = -4.4$
po norm.	$\begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0.61364 \end{bmatrix}^T$	
4	$\begin{bmatrix} -4.4545 & -2.2273 & -2.7273 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-4.4545}{1} = -4.4545$
5	$\begin{bmatrix} 19.8182 & 9.9091 & 12.1364 \end{bmatrix}^T$	$\frac{19.8182}{-4.4545} = -4.449$
6	$\begin{bmatrix} -88.1818 & -44.0909 & -54 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-88.1818}{19.8182} = -4.4495$

Poslední hodnota $\lambda^{(n)}$ je dobré přiblížení k hodnotě dominantního vlastního čísla.

Příklad 200 (28)
Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -5 & -5 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & 1 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:
Výpočet dominantního vlastního čísla nesymetrické matice provedeme mocninnou metodou. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme podělením prvku s maximální hodnotou z vektoru $\mathbf{y}^{(n+1)}$ prvkem z vektoru $\mathbf{y}^{(n)}$ se stejným indexem. Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ $(\max(\mathbf{y}) > 100)$ použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} -10 & 0 & 2 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-10}{0} = -Inf$
2	$\begin{bmatrix} -20 & 0 & 12 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-20}{-10} = 2$
3	$\begin{bmatrix} -80 & 0 & 32 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-80}{-20} = 4$
4	$\begin{bmatrix} -240 & 0 & 112 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-240}{-80} = 3$
po norm.	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0.46667 \end{bmatrix}^T$	
5	$\begin{bmatrix} -3.3333 & 0 & 1.4667 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-3.3333}{-1} = 3.3333$
6	$\begin{bmatrix} -10.6667 & 0 & 4.8 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-10.6667}{-3.3333} = 3.2$
7	$\begin{bmatrix} -34.6667 & 0 & 15.4667 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-34.6667}{-10.6667} = 3.25$
8	$\begin{bmatrix} -112 & 0 & 50.1333 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-112}{-34.6667} = 3.2308$
po norm.	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0.44762 \end{bmatrix}^T$	
9	$\begin{bmatrix} -3.2381 & 0 & 1.4476 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-3.2381}{-1} = 3.2381$
10	$\begin{bmatrix} -10.4762 & 0 & 4.6857 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-10.4762}{-3.2381} = 3.2353$

Příklad 200 (29)
Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} -2 & -3 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:
Výpočet dominantního vlastního čísla symetrické matice provedeme metodou Rayleighova

podílu. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme pomocí Rayleighova podílu

$$\lambda^{(n)} = \frac{\mathbf{y}^{(n)^T}\mathbf{y}^{(n+1)}}{\mathbf{y}^{(n)^T}\mathbf{y}^{(n)}}.$$

Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ $(\max(\mathbf{y}) > 100)$ použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} 0 & 6 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-18}{13} = -1.3846$
2	$\begin{bmatrix} 0 & -12 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-72}{36} = -2$
3	$\begin{bmatrix} 0 & 24 \end{bmatrix}^T$	$\frac{-288}{144} = -2$

Poslední hodnota $\lambda^{(n)}$ je dobré přiblížení k hodnotě dominantního vlastního čísla.

Příklad 200 (30)

Vypočtěte dominantní vlastní číslo matice

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Vektor $\mathbf{y}_0 = \begin{bmatrix} -3 & 2 \end{bmatrix}^T$.

Řešení:

Výpočet dominantního vlastního čísla symetrické matice provedeme metodou Rayleighova podílu. Iteračním procesem vypočítáme posloupnost vektorů $\mathbf{y}^{(n+1)} = \mathbf{A}\mathbf{y}^{(n)}$. Odhad hodnoty dominantního vlastního čísla $\lambda^{(n)}$získáme pomocí Rayleighova podílu

$$\lambda^{(n)} = \frac{\mathbf{y}^{(n)^T}\mathbf{y}^{(n+1)}}{\mathbf{y}^{(n)^T}\mathbf{y}^{(n)}}.$$

Iterační proces zastavíme buď při splnění podmínky $|\lambda^{(n+1)} - \lambda^{(n)}| < 10^{-3}$ nebo po 10 iteracích. V případě přílišného růstu hodnot vektoru $\mathbf{y}$ $(\max(\mathbf{y}) > 100)$ použijeme normování.

n	$\mathbf{y}^{(n)}$	$\lambda^{(n)}$
1	$\begin{bmatrix} 0 & 4 \end{bmatrix}^T$	$\frac{8}{13} = 0.61538$
2	$\begin{bmatrix} 0 & 8 \end{bmatrix}^T$	$\frac{32}{16} = 2$
3	$\begin{bmatrix} 0 & 16 \end{bmatrix}^T$	$\frac{128}{64} = 2$

Poslední hodnota $\lambda^{(n)}$ je dobré přiblížení k hodnotě dominantního vlastního čísla.