Příklad 3.1.1 (1)

Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 2 & -1 \\ -20 & 24 & 12 & -8 \\ 8 & 0 & 4 & -9 \\ 16 & 4 & -2 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 20 \\ 96 \\ -46 \\ -94 \end{bmatrix};$$

Řešení:

1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{cccc|c} -4 & 4 & 2 & -1 & 20 \\ -20 & 24 & 12 & -8 & 96 \\ 8 & 0 & 4 & -9 & -46 \\ 16 & 4 & -2 & -2 & -94 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \\ -5 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{cccc|c} -4 & 4 & 2 & -1 & 20 \\ 0 & 4 & 2 & -3 & -4 \\ 0 & 8 & 8 & -11 & -6 \\ 0 & 20 & 6 & -6 & -14 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{cccc|c} -4 & 4 & 2 & -1 & 20 \\ 0 & 4 & 2 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 4 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & -4 & 9 & 6 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} -4 & 4 & 2 & -1 & 20 \\ 0 & 4 & 2 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 4 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 8 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -5 & -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (2)

Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & -3 \\ 3 & -4 & -2 & 8 \\ 1 & -3 & 5 & 3 \\ 3 & -7 & 9 & 14 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 11 \\ 30 \\ 67 \end{bmatrix};$$

Řešení:

1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{cccc|c} -1 & 1 & 1 & -3 & -2 \\ 3 & -4 & -2 & 8 & 11 \\ 1 & -3 & 5 & 3 & 30 \\ 3 & -7 & 9 & 14 & 67 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{cccc|c} -1 & 1 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & -2 & 6 & 0 & 28 \\ 0 & -4 & 12 & 5 & 61 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{cccc|c} -1 & 1 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 4 & 2 & 18 \\ 0 & 0 & 8 & 9 & 41 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} -1 & 1 & 1 & -3 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 4 & 2 & 18 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 5 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (3)

Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 4 & -2 \\ 16 & -14 & -17 & 7 \\ 16 & -6 & -10 & 13 \\ 12 & -13 & -11 & 9 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -13 \\ -14 \\ -10 \end{bmatrix};$$

Řešení:

1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -4 & 3 & 4 & -2 & 3 \\ 16 & -14 & -17 & 7 & -13 \\ 16 & -6 & -10 & 13 & -14 \\ 12 & -13 & -11 & 9 & -10 \end{array} \right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -4 & 3 & 4 & -2 & 3 \\ 0 & -2 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 6 & 6 & 5 & -2 \\ 0 & -4 & 1 & 3 & -1 \end{array} \right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -4 & 3 & 4 & -2 & 3 \\ 0 & -2 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 3 & 5 & 1 \end{array} \right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} -4 & 3 & 4 & -2 & 3 \\ 0 & -2 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 6 \end{array} \right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -4 & 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (4)
Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 8 & 8 & 7 & 6 \\ 12 & 1 & -8 & -17 \\ -12 & -3 & 7 & 14 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -6 \\ 39 \\ -26 \end{bmatrix};$$

Řešení:
1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 8 & 8 & 7 & 6 & -6 \\ 12 & 1 & -8 & -17 & 39 \\ -12 & -3 & 7 & 14 & -26 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & -8 \\ 0 & -8 & -14 & -20 & 36 \\ 0 & 6 & 13 & 17 & -23 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & -8 \\ 0 & 0 & -2 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 5 & 1 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 4 & -8 \\ 0 & 0 & -2 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 9 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 4 & -3 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (5)

Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -1 & -1 \\ 2 & 14 & -6 & -1 \\ -1 & -17 & 14 & -6 \\ -5 & -21 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 30 \\ 64 \\ -23 \\ -123 \end{bmatrix};$$

Řešení:

1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 1 & 5 & -1 & -1 & 30 \\ 2 & 14 & -6 & -1 & 64 \\ -1 & -17 & 14 & -6 & -23 \\ -5 & -21 & 2 & 1 & -123 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 1 & 5 & -1 & -1 & 30 \\ 0 & 4 & -4 & 1 & 4 \\ 0 & -12 & 13 & -7 & 7 \\ 0 & 4 & -3 & -4 & 27 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 1 & 5 & -1 & -1 & 30 \\ 0 & 4 & -4 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 19 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 23 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} 1 & 5 & -1 & -1 & 30 \\ 0 & 4 & -4 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 19 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 4 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 3 & -4 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (6)
Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -4 \\ -2 & -4 & -6 & 3 \\ -6 & 6 & -2 & 19 \\ 2 & 13 & 19 & -5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 9 \\ -10 \\ -38 \\ 35 \end{bmatrix};$$

Řešení:
1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 2 & 1 & 3 & -4 & 9 \\ -2 & -4 & -6 & 3 & -10 \\ -6 & 6 & -2 & 19 & -38 \\ 2 & 13 & 19 & -5 & 35 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 2 & 1 & 3 & -4 & 9 \\ 0 & -3 & -3 & -1 & -1 \\ 0 & 9 & 7 & 7 & -11 \\ 0 & 12 & 16 & -1 & 26 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 2 & 1 & 3 & -4 & 9 \\ 0 & -3 & -3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 4 & -14 \\ 0 & 0 & 4 & -5 & 22 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} 2 & 1 & 3 & -4 & 9 \\ 0 & -3 & -3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 4 & -14 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -6 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 3 & -2 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (7)

Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -4 & -5 & -5 & 4 \\ 4 & 7 & 3 & -3 \\ 8 & 14 & 9 & -8 \\ 20 & 33 & 29 & -19 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 13 \\ 16 \\ 9 \end{bmatrix};$$

Řešení:

1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -4 & -5 & -5 & 4 & -2 \\ 4 & 7 & 3 & -3 & 13 \\ 8 & 14 & 9 & -8 & 16 \\ 20 & 33 & 29 & -19 & 9 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -4 & -5 & -5 & 4 & -2 \\ 0 & 2 & -2 & 1 & 11 \\ 0 & 4 & -1 & 0 & 12 \\ 0 & 8 & 4 & 1 & -1 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -4 & -5 & -5 & 4 & -2 \\ 0 & 2 & -2 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & -10 \\ 0 & 0 & 12 & -3 & -45 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} -4 & -5 & -5 & 4 & -2 \\ 0 & 2 & -2 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & -5 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -4 & -1 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (8)
Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -3 & 3 \\ -1 & -3 & -6 & 1 \\ 1 & 5 & 8 & 2 \\ 3 & 9 & 19 & -6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -15 \\ 30 \\ 40 \end{bmatrix};$$

Řešení:
1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{cccc|c} -1 & -1 & -3 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & -6 & 1 & -15 \\ 1 & 5 & 8 & 2 & 30 \\ 3 & 9 & 19 & -6 & 40 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{cccc|c} -1 & -1 & -3 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & -3 & -2 & -16 \\ 0 & 4 & 5 & 5 & 31 \\ 0 & 6 & 10 & 3 & 43 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{cccc|c} -1 & -1 & -3 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & -3 & -2 & -16 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & -5 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} -1 & -1 & -3 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & -3 & -2 & -16 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -6 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -3 & -1 & 4 & 3 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (9)
Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 & -3 \\ -12 & 0 & 11 & 13 \\ 6 & -10 & -15 & -11 \\ -9 & 9 & 17 & 12 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 9 \\ -38 \\ 24 \\ -31 \end{bmatrix};$$

Řešení:
1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 3 & 1 & -2 & -3 & 9 \\ -12 & 0 & 11 & 13 & -38 \\ 6 & -10 & -15 & -11 & 24 \\ -9 & 9 & 17 & 12 & -31 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 3 & 1 & -2 & -3 & 9 \\ 0 & 4 & 3 & 1 & -2 \\ 0 & -12 & -11 & -5 & 6 \\ 0 & 12 & 11 & 3 & -4 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 3 & 1 & -2 & -3 & 9 \\ 0 & 4 & 3 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 2 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} 3 & 1 & -2 & -3 & 9 \\ 0 & 4 & 3 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 2 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (10)

Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 4 & -1 \\ 1 & -3 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & -1 \\ 5 & 21 & -37 & 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 11 \\ 5 \\ 3 \\ -91 \end{bmatrix};$$

Řešení:

1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -1 & -1 & 4 & -1 & 11 \\ 1 & -3 & 1 & 2 & 5 \\ -1 & 3 & 0 & -1 & 3 \\ 5 & 21 & -37 & 5 & -91 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -1 & -1 & 4 & -1 & 11 \\ 0 & -4 & 5 & 1 & 16 \\ 0 & 4 & -4 & 0 & -8 \\ 0 & 16 & -17 & 0 & -36 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -1 & -1 & 4 & -1 & 11 \\ 0 & -4 & 5 & 1 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 3 & 4 & 28 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} -1 & -1 & 4 & -1 & 11 \\ 0 & -4 & 5 & 1 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (11)

Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -1 & 1 \\ -6 & 7 & 7 & -8 \\ -8 & 6 & 15 & -20 \\ -2 & -7 & 22 & -21 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 42 \\ 96 \end{bmatrix};$$

Řešení:

1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 2 & -3 & -1 & 1 & 6 \\ -6 & 7 & 7 & -8 & 4 \\ -8 & 6 & 15 & -20 & 42 \\ -2 & -7 & 22 & -21 & 96 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \\ -5 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 2 & -3 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & -2 & 4 & -5 & 22 \\ 0 & -6 & 11 & -16 & 66 \\ 0 & -10 & 21 & -20 & 102 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 2 & -3 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & -2 & 4 & -5 & 22 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -8 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} 2 & -3 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & -2 & 4 & -5 & 22 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -8 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 & -2 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (12)
Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 2 & -1 \\ 8 & -5 & 3 & 0 \\ 20 & -13 & 12 & -3 \\ -4 & 1 & 8 & -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 16 \\ 18 \\ 68 \\ 28 \end{bmatrix};$$

Řešení:
1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & -3 & 2 & -1 & 16 \\ 8 & -5 & 3 & 0 & 18 \\ 20 & -13 & 12 & -3 & 68 \\ -4 & 1 & 8 & -3 & 28 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & -3 & 2 & -1 & 16 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & -14 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & -12 \\ 0 & -2 & 10 & -4 & 44 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & -3 & 2 & -1 & 16 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & -14 \\ 0 & 0 & 4 & -2 & 16 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 16 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & -3 & 2 & -1 & 16 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & -14 \\ 0 & 0 & 4 & -2 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -16 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & -4 & 2 & -4 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (13)

Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 2 & -1 \\ -10 & 9 & -8 & 4 \\ -15 & -6 & 15 & -5 \\ 20 & -24 & 20 & -16 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 17 \\ -69 \\ -64 \end{bmatrix};$$

Řešení:

1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 5 & -3 & 2 & -1 & -1 \\ -10 & 9 & -8 & 4 & 17 \\ -15 & -6 & 15 & -5 & -69 \\ 20 & -24 & 20 & -16 & -64 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 5 & -3 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & -4 & 2 & 15 \\ 0 & -15 & 21 & -8 & -72 \\ 0 & -12 & 12 & -12 & -60 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 5 & -3 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & -4 & 2 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -4 & -4 & 0 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} 5 & -3 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & -4 & 2 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 12 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 & 3 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (14)

Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -5 & 2 \\ 2 & 3 & 8 & -7 \\ -3 & 3 & -4 & 16 \\ 3 & 15 & 10 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -5 \\ 28 \\ -72 \\ -60 \end{bmatrix};$$

Řešení:

1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -1 & -3 & -5 & 2 & -5 \\ 2 & 3 & 8 & -7 & 28 \\ -3 & 3 & -4 & 16 & -72 \\ 3 & 15 & 10 & 4 & -60 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -1 & -3 & -5 & 2 & -5 \\ 0 & -3 & -2 & -3 & 18 \\ 0 & 12 & 11 & 10 & -57 \\ 0 & 6 & -5 & 10 & -75 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -1 & -3 & -5 & 2 & -5 \\ 0 & -3 & -2 & -3 & 18 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 15 \\ 0 & 0 & -9 & 4 & -39 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} -1 & -3 & -5 & 2 & -5 \\ 0 & -3 & -2 & -3 & 18 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 6 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & -5 & 3 & -3 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (15)

Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 & 4 \\ -5 & -24 & -23 & -21 \\ 5 & 4 & 30 & 18 \\ 1 & -8 & 20 & -6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -20 \\ 102 \\ -76 \\ -64 \end{bmatrix};$$

Řešení:

1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 1 & 4 & 5 & 4 & -20 \\ -5 & -24 & -23 & -21 & 102 \\ 5 & 4 & 30 & 18 & -76 \\ 1 & -8 & 20 & -6 & -64 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \\ -3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 1 & 4 & 5 & 4 & -20 \\ 0 & -4 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -16 & 5 & -2 & 24 \\ 0 & -12 & 15 & -10 & -44 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 1 & 4 & 5 & 4 & -20 \\ 0 & -4 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 & 2 & 16 \\ 0 & 0 & 9 & -7 & -50 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} 1 & 4 & 5 & 4 & -20 \\ 0 & -4 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 & 2 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -2 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -4 & 2 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (16)

Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & -5 \\ -1 & -1 & 0 & 7 \\ -4 & 32 & -33 & 6 \\ 3 & 3 & 15 & -40 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ -22 \\ 119 \\ 108 \end{bmatrix};$$

Řešení:

1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 1 & -3 & 4 & -5 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 7 & -22 \\ -4 & 32 & -33 & 6 & 119 \\ 3 & 3 & 15 & -40 & 108 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 1 & -3 & 4 & -5 & 0 \\ 0 & -4 & 4 & 2 & -22 \\ 0 & 20 & -17 & -14 & 119 \\ 0 & 12 & 3 & -25 & 108 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 1 & -3 & 4 & -5 & 0 \\ 0 & -4 & 4 & 2 & -22 \\ 0 & 0 & 3 & -4 & 9 \\ 0 & 0 & 15 & -19 & 42 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} 1 & -3 & 4 & -5 & 0 \\ 0 & -4 & 4 & 2 & -22 \\ 0 & 0 & 3 & -4 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 & -3 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (17)

Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 4 & 2 \\ -12 & 1 & 17 & 10 \\ -12 & 7 & 17 & 8 \\ 12 & 8 & -26 & -19 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -36 \\ -145 \\ -155 \\ 181 \end{bmatrix};$$

Řešení:

1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -4 \\ -4 \\ 4 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -3 & 1 & 4 & 2 & -36 \\ -12 & 1 & 17 & 10 & -145 \\ -12 & 7 & 17 & 8 & -155 \\ 12 & 8 & -26 & -19 & 181 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -3 & 1 & 4 & 2 & -36 \\ 0 & -3 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & -11 \\ 0 & 12 & -10 & -11 & 37 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -3 & 1 & 4 & 2 & -36 \\ 0 & -3 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & -12 \\ 0 & 0 & -6 & -3 & 33 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} -3 & 1 & 4 & 2 & -36 \\ 0 & -3 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -3 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 4 & -2 & -5 & -1 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (18)

Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -3 & -1 & -1 & -1 \\ 15 & 3 & 7 & 10 \\ 9 & 1 & 8 & 6 \\ -3 & 7 & 0 & -29 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 8 \\ -25 \\ -18 \\ -85 \end{bmatrix};$$

Řešení:

1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{cccc|c} -3 & -1 & -1 & -1 & 8 \\ 15 & 3 & 7 & 10 & -25 \\ 9 & 1 & 8 & 6 & -18 \\ -3 & 7 & 0 & -29 & -85 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{cccc|c} -3 & -1 & -1 & -1 & 8 \\ 0 & -2 & 2 & 5 & 15 \\ 0 & -2 & 5 & 3 & 6 \\ 0 & 8 & 1 & -28 & -93 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{cccc|c} -3 & -1 & -1 & -1 & 8 \\ 0 & -2 & 2 & 5 & 15 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & -9 \\ 0 & 0 & 9 & -8 & -33 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} -3 & -1 & -1 & -1 & 8 \\ 0 & -2 & 2 & 5 & 15 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -6 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -3 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (19)

Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & -2 & 1 & 4 \\ 6 & 2 & -5 & -7 \\ 2 & 14 & 6 & -15 \\ 4 & -16 & -14 & 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 14 \\ -43 \\ -11 \\ -29 \end{bmatrix};$$

Řešení:

1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -2 & -2 & 1 & 4 & 14 \\ 6 & 2 & -5 & -7 & -43 \\ 2 & 14 & 6 & -15 & -11 \\ 4 & -16 & -14 & 5 & -29 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -2 & -2 & 1 & 4 & 14 \\ 0 & -4 & -2 & 5 & -1 \\ 0 & 12 & 7 & -11 & 3 \\ 0 & -20 & -12 & 13 & -1 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -2 & -2 & 1 & 4 & 14 \\ 0 & -4 & -2 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -12 & 4 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} -2 & -2 & 1 & 4 & 14 \\ 0 & -4 & -2 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 4 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 4 & -1 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (20)

Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 & 3 \\ -6 & 1 & -7 & -5 \\ -6 & -3 & -16 & 2 \\ -6 & 4 & 11 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ -8 \\ -48 \\ 26 \end{bmatrix};$$

Řešení:

1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 3 & -1 & 2 & 3 & -1 \\ -6 & 1 & -7 & -5 & -8 \\ -6 & -3 & -16 & 2 & -48 \\ -6 & 4 & 11 & -1 & 26 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 3 & -1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -3 & 1 & -10 \\ 0 & -5 & -12 & 8 & -50 \\ 0 & 2 & 15 & 5 & 24 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 3 & -1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -3 & 1 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 7 & 4 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} 3 & -1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -3 & 1 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 4 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & -2 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (21)
Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 & 2 \\ -10 & 6 & 7 & 14 \\ -4 & 7 & -10 & 25 \\ -8 & 2 & 18 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 18 \\ 99 \\ 88 \\ 66 \end{bmatrix};$$

Řešení:
1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -2 & 1 & 2 & 2 & 18 \\ -10 & 6 & 7 & 14 & 99 \\ -4 & 7 & -10 & 25 & 88 \\ -8 & 2 & 18 & 0 & 66 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -2 & 1 & 2 & 2 & 18 \\ 0 & 1 & -3 & 4 & 9 \\ 0 & 5 & -14 & 21 & 52 \\ 0 & -2 & 10 & -8 & -6 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -2 & 1 & 2 & 2 & 18 \\ 0 & 1 & -3 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 12 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} -2 & 1 & 2 & 2 & 18 \\ 0 & 1 & -3 & 4 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -16 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (22)
Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & -2 \\ 12 & 8 & 8 & -8 \\ 16 & 15 & 0 & -6 \\ -20 & -16 & -18 & -8 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 21 \\ 64 \\ 97 \\ -36 \end{bmatrix};$$

Řešení:
1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & 3 & 2 & -2 & 21 \\ 12 & 8 & 8 & -8 & 64 \\ 16 & 15 & 0 & -6 & 97 \\ -20 & -16 & -18 & -8 & -36 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & 3 & 2 & -2 & 21 \\ 0 & -1 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & -8 & 2 & 13 \\ 0 & -1 & -8 & -18 & 69 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & 3 & 2 & -2 & 21 \\ 0 & -1 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -4 & 16 \\ 0 & 0 & -10 & -16 & 68 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & 3 & 2 & -2 & 21 \\ 0 & -1 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -4 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -12 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (23)

Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -4 & -1 & -2 & 1 \\ 20 & 0 & 8 & -6 \\ 16 & 29 & 22 & -3 \\ -16 & -9 & -6 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 9 \\ -14 \\ -183 \\ 80 \end{bmatrix};$$

Řešení:

1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 4 \\ -4 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{cccc|c} -4 & -1 & -2 & 1 & 9 \\ 20 & 0 & 8 & -6 & -14 \\ 16 & 29 & 22 & -3 & -183 \\ -16 & -9 & -6 & -2 & 80 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{cccc|c} -4 & -1 & -2 & 1 & 9 \\ 0 & -5 & -2 & -1 & 31 \\ 0 & 25 & 14 & 1 & -147 \\ 0 & -5 & 2 & -6 & 44 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{cccc|c} -4 & -1 & -2 & 1 & 9 \\ 0 & -5 & -2 & -1 & 31 \\ 0 & 0 & 4 & -4 & 8 \\ 0 & 0 & 4 & -5 & 13 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} -4 & -1 & -2 & 1 & 9 \\ 0 & -5 & -2 & -1 & 31 \\ 0 & 0 & 4 & -4 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 5 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & -4 & -3 & -5 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (24)
Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -2 & 4 \\ -6 & -2 & -5 & 7 \\ 12 & 10 & 8 & -20 \\ -3 & -10 & 5 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -15 \\ -21 \\ 80 \\ -14 \end{bmatrix};$$

Řešení:
1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -3 & -2 & -2 & 4 & -15 \\ -6 & -2 & -5 & 7 & -21 \\ 12 & 10 & 8 & -20 & 80 \\ -3 & -10 & 5 & -2 & -14 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -3 & -2 & -2 & 4 & -15 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 9 \\ 0 & 2 & 0 & -4 & 20 \\ 0 & -8 & 7 & -6 & 1 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -3 & -2 & -2 & 4 & -15 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 11 \\ 0 & 0 & 3 & -10 & 37 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} -3 & -2 & -2 & 4 & -15 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 4 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 & -4 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (25)
Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -5 \\ 3 & 4 & 2 & 20 \\ 1 & 6 & -3 & 28 \\ 1 & -3 & 2 & -10 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 27 \\ -107 \\ -148 \\ 54 \end{bmatrix};$$

Řešení:
1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -1 & -1 & -1 & -5 & 27 \\ 3 & 4 & 2 & 20 & -107 \\ 1 & 6 & -3 & 28 & -148 \\ 1 & -3 & 2 & -10 & 54 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \\ 4 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -1 & -1 & -1 & -5 & 27 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -26 \\ 0 & 5 & -4 & 23 & -121 \\ 0 & -4 & 1 & -15 & 81 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -1 & -1 & -1 & -5 & 27 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -26 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 9 \\ 0 & 0 & -3 & 5 & -23 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} -1 & -1 & -1 & -5 & 27 \\ 0 & 1 & -1 & 5 & -26 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 4 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -3 & -5 & 1 & -4 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (26)
Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -3 & 3 \\ -1 & 5 & 1 & 4 \\ -3 & 9 & -25 & 3 \\ 1 & -1 & 27 & 8 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -18 \\ 97 \\ -150 \end{bmatrix};$$

Řešení:
1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -1 & 4 & -3 & 3 & 2 \\ -1 & 5 & 1 & 4 & -18 \\ -3 & 9 & -25 & 3 & 97 \\ 1 & -1 & 27 & 8 & -150 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -1 & 4 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & -20 \\ 0 & -3 & -16 & -6 & 91 \\ 0 & 3 & 24 & 11 & -148 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -1 & 4 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & -20 \\ 0 & 0 & -4 & -3 & 31 \\ 0 & 0 & 12 & 8 & -88 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} -1 & 4 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & -20 \\ 0 & 0 & -4 & -3 & 31 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 5 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -4 & -5 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (27)
Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 & 4 \\ -16 & -2 & -3 & -19 \\ 12 & 9 & 22 & 4 \\ 12 & -1 & -5 & 18 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 33 \\ -120 \\ 141 \\ 72 \end{bmatrix};$$

Řešení:
1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ -3 \\ -3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & 1 & 2 & 4 & 33 \\ -16 & -2 & -3 & -19 & -120 \\ 12 & 9 & 22 & 4 & 141 \\ 12 & -1 & -5 & 18 & 72 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & 1 & 2 & 4 & 33 \\ 0 & 2 & 5 & -3 & 12 \\ 0 & 6 & 16 & -8 & 42 \\ 0 & -4 & -11 & 6 & -27 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & 1 & 2 & 4 & 33 \\ 0 & 2 & 5 & -3 & 12 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -3 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & 1 & 2 & 4 & 33 \\ 0 & 2 & 5 & -3 & 12 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (28)

Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -3 & 5 \\ -16 & -11 & 7 & -16 \\ -16 & -11 & 2 & -17 \\ -12 & -3 & 39 & -18 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ 6 \\ -81 \end{bmatrix};$$

Řešení:

1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & 2 & -3 & 5 & 5 \\ -16 & -11 & 7 & -16 & -3 \\ -16 & -11 & 2 & -17 & 6 \\ -12 & -3 & 39 & -18 & -81 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & 2 & -3 & 5 & 5 \\ 0 & -3 & -5 & 4 & 17 \\ 0 & -3 & -10 & 3 & 26 \\ 0 & 3 & 30 & -3 & -66 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & 2 & -3 & 5 & 5 \\ 0 & -3 & -5 & 4 & 17 \\ 0 & 0 & -5 & -1 & 9 \\ 0 & 0 & 25 & 1 & -49 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} 4 & 2 & -3 & 5 & 5 \\ 0 & -3 & -5 & 4 & 17 \\ 0 & 0 & -5 & -1 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -4 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (29)
Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & -1 \\ 10 & 1 & 7 & -7 \\ 4 & -14 & 5 & -11 \\ -6 & 5 & -22 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -14 \\ -64 \\ 17 \\ 97 \end{bmatrix};$$

Řešení:
1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 2 & 1 & 1 & -1 & -14 \\ 10 & 1 & 7 & -7 & -64 \\ 4 & -14 & 5 & -11 & 17 \\ -6 & 5 & -22 & 0 & 97 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 2 & 1 & 1 & -1 & -14 \\ 0 & -4 & 2 & -2 & 6 \\ 0 & -16 & 3 & -9 & 45 \\ 0 & 8 & -19 & -3 & 55 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} 2 & 1 & 1 & -1 & -14 \\ 0 & -4 & 2 & -2 & 6 \\ 0 & 0 & -5 & -1 & 21 \\ 0 & 0 & -15 & -7 & 67 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} 2 & 1 & 1 & -1 & -14 \\ 0 & -4 & 2 & -2 & 6 \\ 0 & 0 & -5 & -1 & 21 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 4 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -4 & -1 \end{bmatrix}^T.$$

Příklad 3.1.1 (30)
Řešte soustavu lineárních algebraických rovnic $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, pomocí Gaussovy eliminační metody bez pivotace:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -3 & -5 & -1 & 1 \\ -15 & -28 & -10 & 4 \\ 3 & -7 & -15 & -4 \\ -9 & -12 & -2 & 6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 19 \\ 91 \\ -24 \\ 59 \end{bmatrix};$$

Řešení:
1. fáze: Opisujeme 1. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 1. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -3 & -5 & -1 & 1 & 19 \\ -15 & -28 & -10 & 4 & 91 \\ 3 & -7 & -15 & -4 & -24 \\ -9 & -12 & -2 & 6 & 59 \end{array}\right];$$

2. fáze: Opisujeme 2. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 2. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -3 & -5 & -1 & 1 & 19 \\ 0 & -3 & -5 & -1 & -4 \\ 0 & -12 & -16 & -3 & -5 \\ 0 & 3 & 1 & 3 & 2 \end{array}\right];$$

3. fáze: Opisujeme 3. řádek a k následujícím řádkům přičítáme příslušný násobek (vektor na levé straně) 3. řádku a tímto postupem vytváříme horní trojúhelníkovou matici.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{rrrr|r} -3 & -5 & -1 & 1 & 19 \\ 0 & -3 & -5 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & -4 & 2 & -2 \end{array}\right];$$

Matice v horním trojůhelníkový tvaru:

$$\left[\begin{array}{rrrr|r} -3 & -5 & -1 & 1 & 19 \\ 0 & -3 & -5 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 9 \end{array}\right];$$

. Zpětných chodem určíme řešení :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 2 & 3 \end{bmatrix}^T.$$